

**Rekonstruksi Properti Dielektrik Lossy Material Dengan Metode  
Newton Kantorovich.**  
(*The Reconstruction of Dielectric Properties Distribution of Lossy Material  
Using Newton Kantorovich Algorithm*)

Agung T. Nugroho  
Staf Pengajar Jurusan Fisika FMIPA  
Universitas Jember

**ABSTRACT**

*The Newton Kantorovich algorithm (NK) was applied to the image reconstruction of a 2D lossy dielectric object in which microwave diffraction was counted. The data on microwave scattering were used to reconstruct the images. The influence of the dielectric properties distribution was investigated to show the usefulness and limitation of the reconstruction technique with contrast object and noise. It was shown that the algorithm sensitive to the distribution of dielectric constant and noise effect.*

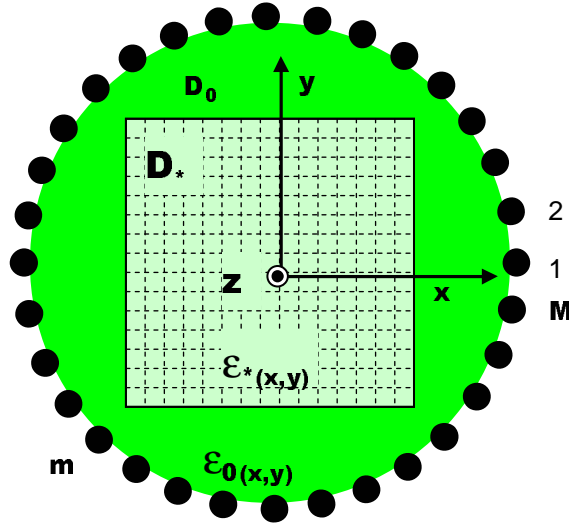
*Keywords : microwave imaging, dielectric properties distribution, Newton Kantorovich algorithm.*

**PENDAHULUAN**

Akhir-akhir ini perkembangan sistem pencitraan dengan *tomography* gelombang mikro mendapat perhatian yang sangat besar. Hal ini disebabkan karena sistem gelombang mikro selain murah, dapat menggambarkan kondisi psikologis benda, sehingga bisa menjadi alternatif pengganti yang lebih murah, handal dan aman untuk sistem yang telah ada seperti *x-ray* dan  $\gamma$ -ray (Kak dan Slaney, 1988 dan Caorsi *et al.*, 1990). Citra *tomography* gelombang mikro dapat dibangun dengan cara menyinari obyek dengan gelombang mikro dari beberapa sudut yang berbeda dan mengukur medan yang terhambur (*scattered field*) atau yang terlemahkan (*attenuated field*) setelah melewati obyek pada setiap penyinaran (Bolomey dan Pichot, 1990). Variasi sudut penyinaran dapat dibuat dengan beberapa antena pemancar yang memiliki sudut yang bervariasi. Demikian pula variasi data proyeksi dapat diperoleh dari beberapa antena penerima di sekeliling obyek, sehingga obyek tidak perlu digerakkan. Selanjutnya citra obyek dapat dibentuk dari data yang terukur dengan menggunakan algoritma rekonstruksi citra.

Karena efek difraksi gelombang mikro terjadi di dalam obyek, maka perilaku rekonstruksi citra akan berbentuk *non-linear*, yang tentu saja akan lebih rumit jika dibandingkan dengan sistem *X-ray* atau  $\gamma$ -ray. Penyelesaian inversi dari permasalahan yang *non-linear* biasanya juga sensitif terhadap pemilihan dugaan awal. Selain itu akibat

panjang gelombang mikro yang seorde dengan lebar sel maka kondisi persamaan akan mendekati singularitas atau lebih dikenal dengan nama *ill-posed* (Tikhonov dan Arsenin, 1997). Untuk itu metode rekonstruksi linier yang biasa digunakan dalam *X-ray tomography* tidak dapat digunakan. Kemudian para ahli mengembangkan teknik rekonstruksi yang menyertakan efek difraksi di dalamnya. Salah satu algoritma yang dikembangkan berdasarkan metode Newton, dikenal dengan metode *Newton Kantorovich (NK)*. Roger berhasil mengaplikasikan metode ini pada permasalahan invers di bidang elektromagnetik (Roger, 1981). Dalam paper ini metode NK digunakan untuk merekonstruksi citra 2D dari data medan terhambur di sekeliling obyek ketika efek difraksi gelombang mikro diperhitungkan. Untuk mempelajari efektifitas algoritma, dibangun data sintesis dari solusi integral medan dengan pendekatan diskrit (Richmond, 1965). Inversi solusi disusun dalam bentuk algoritma NK ketika gelombang mikro TM ditransmisikan pada obyek dua dimensi (2D) (Joachimowich *et al.*, 1991). Pengaruh distribusi properti dielektrik gelombang mikro diinvestigasi untuk data tanpa *noise* dan data dengan rasio *signal-to-noise* yang telah ditentukan pada beberapa variasi kontras obyek.



Gambar 1. Geometri 2D dari benda (D) yang disinari gelombang TM yang dikelilingi medium  $D_0$ .

**DASAR TEORI**

Untuk mempermudah diskusi, diambil permisalan sebuah benda yang dikelilingi medium eksterior yang homogen. Seperti ditunjukkan pada Gambar 1, dimisalkan sebuah obyek 2D dengan konstanta kompleks dielektrik  $\epsilon_*$  terletak pada sumbu xoy pada koordinat kartesian. Obyek dikelilingi medium homogen  $D_0$  dengan konstanta kompleks dielektrik  $\epsilon_0$ . Kemudian diketahui  $E$ ,  $E_i$  dan  $E_s$  berturut turut adalah komponen sepanjang sumbu z dari total medan listrik, medan datang, dan medan terhambur. Jika medan datang berjalan dengan faktor pewaktu  $e^{j\omega t}$ , maka ketiga jenis medan listrik di atas dapat memenuhi hubungan persamaan integral berikut ini :

$$E(\vec{r}) = E_I(\vec{r}) + E_S(\vec{r}) \tag{1}$$

Medan hamburan di sembarang tempat di dalam maupun di luar obyek akan memenuhi persamaan

$$E_S(\vec{r}) = \int_D G(\vec{r}, \vec{r}') \xi(\vec{r}') E(\vec{r}') dD' \tag{2}$$

di mana, fungsi green  $G$  dan kontras obyek  $\xi$  masing-masing didefinisikan sebagai

$$G(\vec{r}, \vec{r}') = -\frac{j}{4} H_0^{(2)}(k_0 \rho_{r,r'}) \tag{3}$$

$$\xi(\vec{r}) = \omega^2 \mu_0 (\epsilon_*(\vec{r}) - \epsilon_0)$$

Untuk mempermudah permasalahan, penampang lintang obyek  $D$  dibagi menjadi  $N$  sel, dengan assumsi medan listrik, dan konstanta dielektrik dalam setiap sel dianggap konstan. Jika  $\xi_n$  adalah konstanta kontras dielektrik pada sel ke- $n$  dan  $E_m$  dan  $E_{Sm}$  adalah

total medan listrik dan medan hamburan di titik ke- $m$  di luar obyek, maka persamaan integral (1) dan (2) dapat disusun dalam bentuk

$$E_m = E_{Im} + E_{Sm} \tag{3a}$$

$$E_{Sm} = \int_D G_{mn} \xi_n E_n dD' \tag{3b}$$

Sementara itu total medan listrik di sembarang tempat di dalam obyek akan memenuhi persamaan

$$E_n = E_{In} + \int_D G_{nn} \xi_n E_n dD' \tag{4}$$

Dalam bentuk matrik maka persamaan (3b dan 4) dapat ditulis

$$[E_S] = -[C_m] [\xi] [E] \tag{5}$$

$$[E] = [E_I] - [C_n] [\xi] [E] \tag{6}$$

di mana  $C_m$  dan  $C_n$  adalah operator integral dari (1 dan 2). Kemudian Joachimovich (Joachimovich, 1991) menjabarkan solusi (5 dan 6) secara iteratif dengan *Newton Kantorovich* sebagai berikut :

$$[\Delta E_S] = -[D] [\Delta \xi] \tag{7}$$

di mana

$$[D] = -[C_m] [I] + [\xi] [C_n]^{-1} [diag(E)]$$

Karena invers matriks pada persamaan (7) tidak stabil , sehingga perlu disempurnakan dengan memanfaatkan regulator Thikonov seperti berikut :

$$[\Delta] = [D] [D]^+ [I]^+ [D]^# [\Delta E_S] \quad (8)$$

di mana # adalah kompleks konjugat.

**METODA**

Performa algoritma rekonstruksi di atas dipelajari dengan bantuan tiga model obyek 2D. Obyek yang direkonstruksi semuanya berbentuk bujursangkar dengan sisi 15 cm. Obyek dicacah menjadi 15 × 15 sel. Pada setiap sel dimisalkan properti dielektrik bahan tersebar homogen. Distribusi dielektrik masing masing obyek dapat dijelaskan sebagai berikut.

1. Model obyek homogen, yaitu obyek yang memiliki dielektrik properti tunggal. Dalam hal ini dimisalkan obyek tersusun atas daging.
2. Model obyek dua bahan simetris, yaitu obyek yang memiliki dua jenis kontras dengan bentuk yang beraturan. Dalam kasus ini obyek dimisalkan berupa tulang yang berbentuk bujursangkar dikelilingi oleh daging.
3. Model obyek lengan, yaitu obyek yang berbentuk tidak beraturan dengan susunan tulang dibungkus daging dan dikelilingi dengan lemak. Model ini sering disebut dengan nama model lengan.

Data medan terhambur diukur dari 32 antenna yang diletakkan melingkar dengan jari-jari 20 cm. Antena diletakkan sedemikian rupa sehingga jarak antar antenna yang berdekatan adalah sama. Setiap antenna dapat berfungsi sebagai pemancar maupun penerima gelombang mikro. Semua sistem dimisalkan berada di dalam air dengan frekuensi kerja 2,45 GHz.

Dalam simulasi, nilai dielektrik properties pada tiap sel, dapat ditentukan terlebih dahulu. Kemudian data medan terhambur di sekeliling obyek dapat dihitung dengan persamaan (6). Selanjutnya inversi diselesaikan teknik NK (7). Konvergensi dari algoritma dimonitor dengan fungsi *residual error*

$$ErrE^{k+1} = \frac{\|E^{k+1}\|}{\|E_0\|} \quad (9)$$

Error dari citra rekonstruksi pada tiap iterasi dapat evaluasi dengan fungsi *error*

$$Err\xi^{k+1} = \frac{\|\xi^{k+1} - \xi_0\|}{\|\xi_0\|} \quad (10)$$

Stabilitas dari proses iterasi diuji dengan menambahkan *noise* pada data terukur. Di

mana rasio *signal-to-noise* didefinisikan dengan

$$SNR = 10 \log_{10} \frac{\|E_0\|}{\|E_{noise}\|} \text{ dB} \quad (11)$$

**HASIL DAN PEMBAHASAN**

**Model Obyek Homogen**

Model homogen yang digunakan adalah daging yang berbentuk bujursangkar. Model tersebut dikelilingi medium air. Dalam frekuensi 2,45 GHz, maka kontras obyek dengan eksterior hampir mendekati 50%. Obyek jenis ini dapat digolongkan dalam obyek penghambur yang kuat, di mana kompleks permitifitas benda adalah (Franchois dan Pichot, 1997):

$$\epsilon_{air} = 77,3 + 8,66i$$

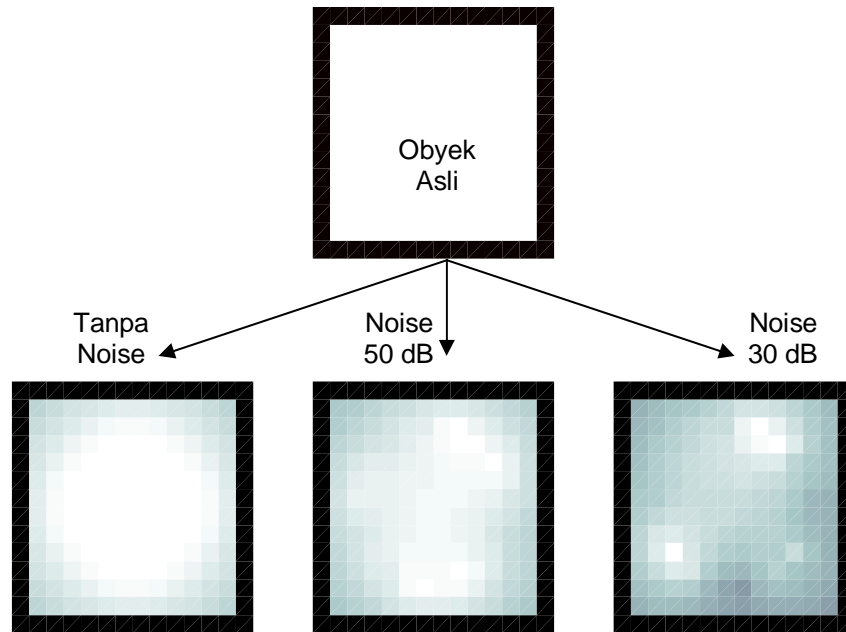
$$\epsilon_{daging} = 49,6 + 16,5i$$

Penghambur yang kuat akan memberikan efek pada kondisi matrik yang dihasilkan. Nugroho membuktikan bahwa kemampuan dan ketangguhan NK tergantung dari nilai kontras benda yang bisa direkonstruksi (Nugroho, 1999), semakin besar kontras benda dengan eksterior semakin jelek hasil rekonstruksi. Bahkan jika kontras terlalu besar, NK akan berperilaku konvergen.

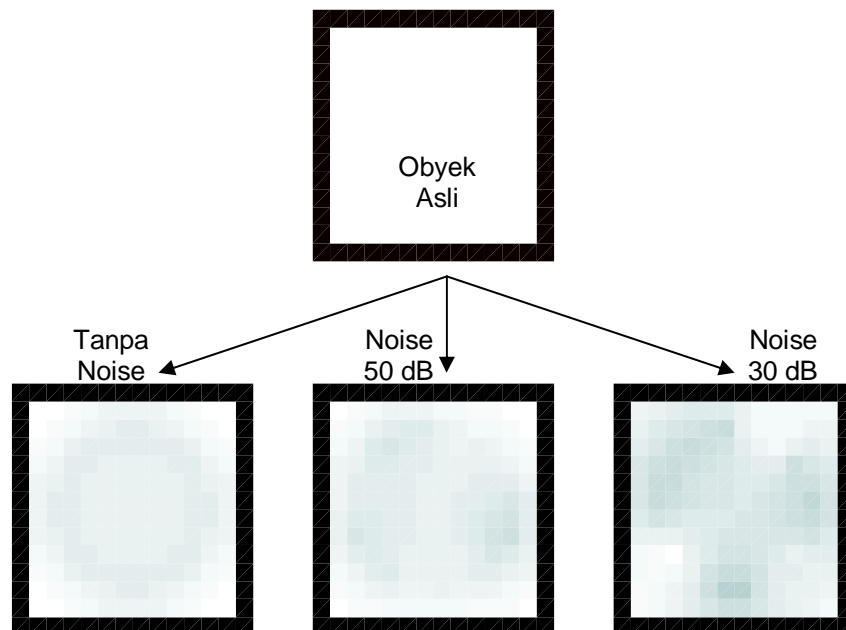
Dengan merendam daging dalam air maka nilai kontras daging jauh berkurang dibanding jika daging diletakkan pada eksterior udara. Walaupun demikian kontras tersebut masih cukup tinggi. Dengan geometri simetris bujursangkar, dan seluruh sel dianggap berisi daging. Citra hasil rekonstruksi ketika data tanpa *noise* dan data dengan level rasio *noise* sebesar 30 dB dan 50 dB dapat dilihat pada Gambar 2 untuk bagian real obyek dan Gambar 3 untuk bagian imajiner obyek. Obyek homogen dapat terekonstruksi cepat dengan menggunakan metode NK. Pada iterasi ke lima obyek sudah terekonstruksi nyaris sempurna. Kotoran di daerah tepi obyek disebabkan laju perubahan kontras di daerah tersebut sangat besar. Hal ini tidak lain karena geometri benda yang membuat patahan perubahan kontras.

*Noise* dengan SNR 50 dB merupakan level *noise* yang dapat diterima untuk kasus ini. Pada level tersebut, *error* citra yang dihasilkan membaik dengan cepat pada dua iterasi yang pertama dengan nilai dibawah 10 %. Selanjutnya *error* citra tidak banyak berubah. Berbeda dengan data yang ber-SNR 30 dB, *error* citra membaik dengan cepat akan tetapi setelah iterasi ke 3 solusi menjadi divergen

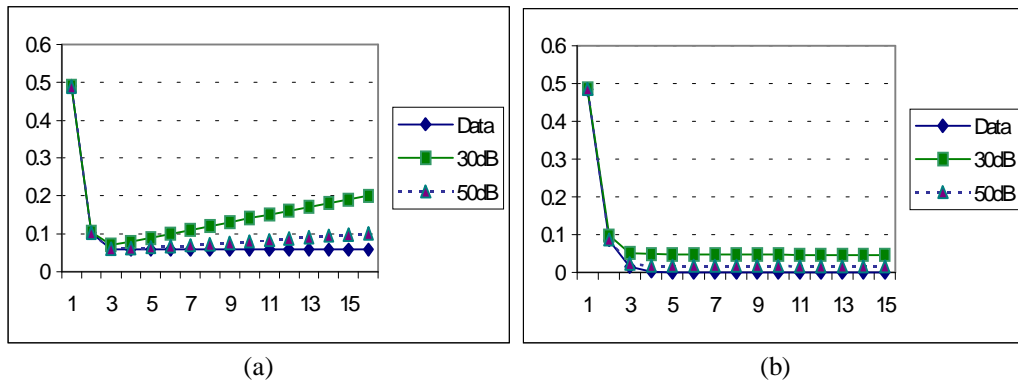
(Gambar 4a). Walaupun seakan akan NK menemukan solusi jika dilihat dari perilaku *error* data yang mengecil dengan cepat (Gambar 4b) . Hal ini juga terlihat pada citra yang dihasilkan. Pada iterasi ke 5 citra dari data yang *bernoise* dengan SNR 50 dB masih terlihat bagus , sedangkan citra dari data ber SNR 30dB sudah dalam kondisi rusak.



Gambar 2. Kontur distribusi bagian real dari dielektrik model obyek homogen hasil rekonstruksi data proyeksi medan gelombang mikro terhambur dengan menggunakan metode Newton Kantorovich pada iterasi ke-5



Gambar 3. Kontur distribusi bagian imajiner dari dielektrik model obyek homogen hasil rekonstruksi data proyeksi medan gelombang mikro terhambur dengan menggunakan metode Newton Kantorovich pada iterasi ke-5



Gambar 4. (a) Error relative citra hasil rekonstruksi dengan metode Newton Kantorovich untuk model obyek homogen dan (b) Error dari data. Dalam gambar data = data tanpa noise, 30dB = data ketika data diberi noise 30dB dan 50dB = error ketika data diberi noise 50dB

**Model Obyek Dua Bahan Simetris**

Dalam percobaan ini, dua jenis benda digunakan yaitu daging dan tulang. Dimisalkan tulang yang digunakan berbentuk bujursangkar dengan sisi 6 cm. Tulang tersebut dikelilingi oleh daging sehingga membentuk obyek yang berbentuk bujursangkar dengan sisi 15 cm. Obyek kemudian dimasukan ke dalam air. Jika frekuensi kerja gelombang mikro yang digunakan adalah 2,45 GHz, maka *permitifitas* kompleks obyek adalah (Franchois, 1997)

$$\begin{aligned} \epsilon_{air} &= 77,3 + 8,66i \\ \epsilon_{daging} &= 49,6 + 16,5i \\ \epsilon_{tulang} &= 8,0 + 1,32i \end{aligned}$$

Dalam kasus ini kontras tulang relatif terhadap air hampir mencapai 90%. Angka yang sangat besar dalam permasalahan citra tomografi gelombang mikro. Walaupun demikian karena tulang terletak di dalam daging maka perubahan kontras dari tulang ke air sebagai eksterior mendapat bantuan jenjang kontras daging. Dengan demikian NK masih mampu merekonstruksi citra seperti terlihat pada Gambar 5 dan 6.

Citra perubahan kontras dari tulang ke daging masih dengan jelas dapat dibedakan ketika data belum ditambahi dengan *noise*. Akan tetapi ketika *noise* sudah ditambahkan terlihat dengan jelas citra menjadi rusak. Jika dilihat pada citra distribusi nilai real dielektrik maka *noise level* 50dB masih terlalu besar untuk algoritma NK, walaupun secara kualitatif perbedaan antara tulang, daging dan air masih dapat dilihat, tetapi perilaku algoritma cenderung menuju divergensi. Hal ini terlihat dari citra yang dihasilkan pada iterasi pertama nampak lebih baik dibanding citra yang

dihasilkan pada iterasi ke-15. Sementara itu untuk citra distribusi bagian imajiner dielektrik kontras, pada saat noise ditambahkan dengan SNR 50dB masih terlihat cukup bagus.

**Model Obyek Lengan**

Dimisalkan sebuah lengan terdiri dari tulang, daging dan lemak. Dalam kasus ini tulang diselimuti dengan daging, kemudian daging dibungkus dengan lemak. Geometri masing-masing benda kali ini tidak simetris. Sama dengan percobaan sebelumnya, frekuensi kerja yang digunakan 2,45 GHz, dan obyek seluruhnya direndam dalam air. Dalam kondisi ini *permitifitas* kompleks air, tulang dan daging sama dengan percobaan sebelumnya sedangkan untuk lemak sebesar

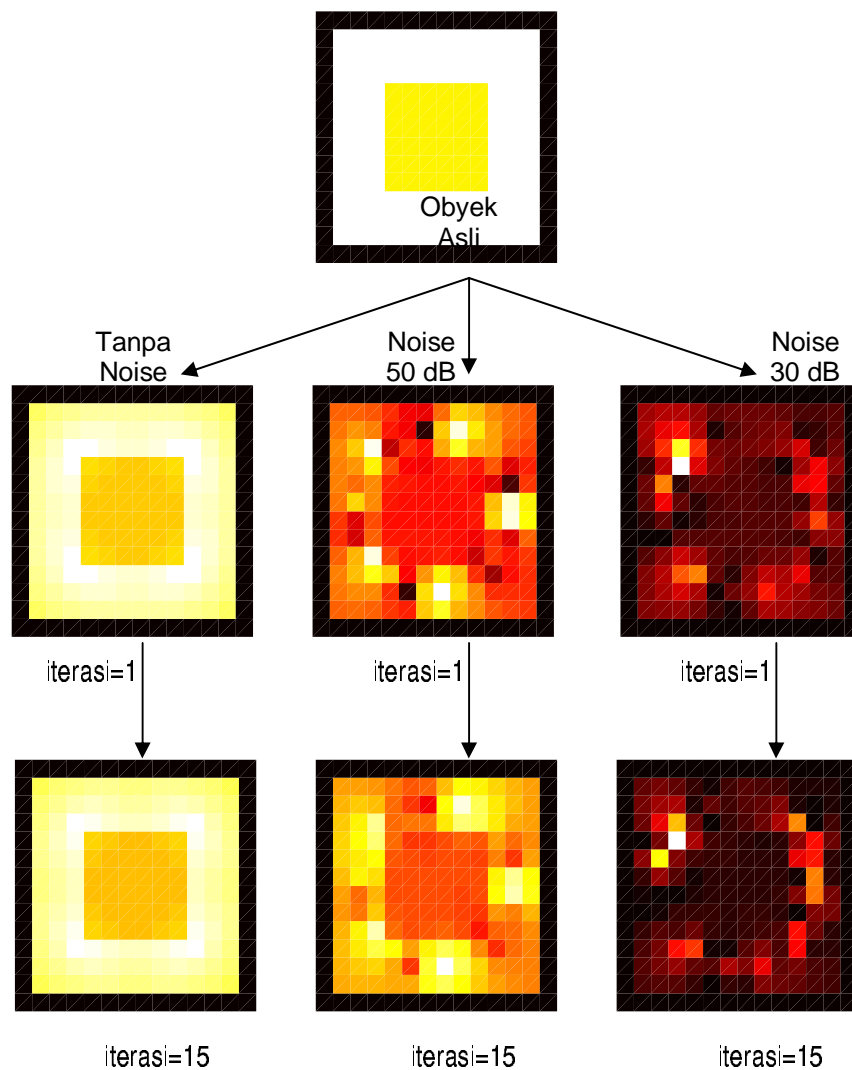
$$\epsilon_{lemak} = 4,5 + 0,84i$$

Karena bentuk geometri yang tidak simetris, maka tepi daerah yang membatasi kontras obyek berbeda menjadi bertambah panjang. Sehingga kondisi inversi persamaan integral medan semakin tak linier. Kondisi ini berakibat pada perilaku NK. Kecepatan rekonstruksi menjadi berkurang, terlihat pada Gambar 9b, berkurangnya error data tidak lagi secepat pada kasus obyek homogen. Selain itu secara kuantitatif citra yang dihasilkan tidak sebagus pada percobaan sebelumnya. *Error* citra 50% nampaknya menjadi nilai yang harus diterima. Terlihat pada Gambar 9a walau menuju konvergen tetapi laju perubahan *error* sangat lambat. Pada 15 iterasi yang pertama perubahan error tidak lebih dari 2%. Walaupun demikian secara kualitatif citra yang dihasilkan masih dapat diterima, terlihat pada iterasi ke-15 lemak, daging dan tulang sudah dapat dibedakan dengan jelas baik citra pada bagian

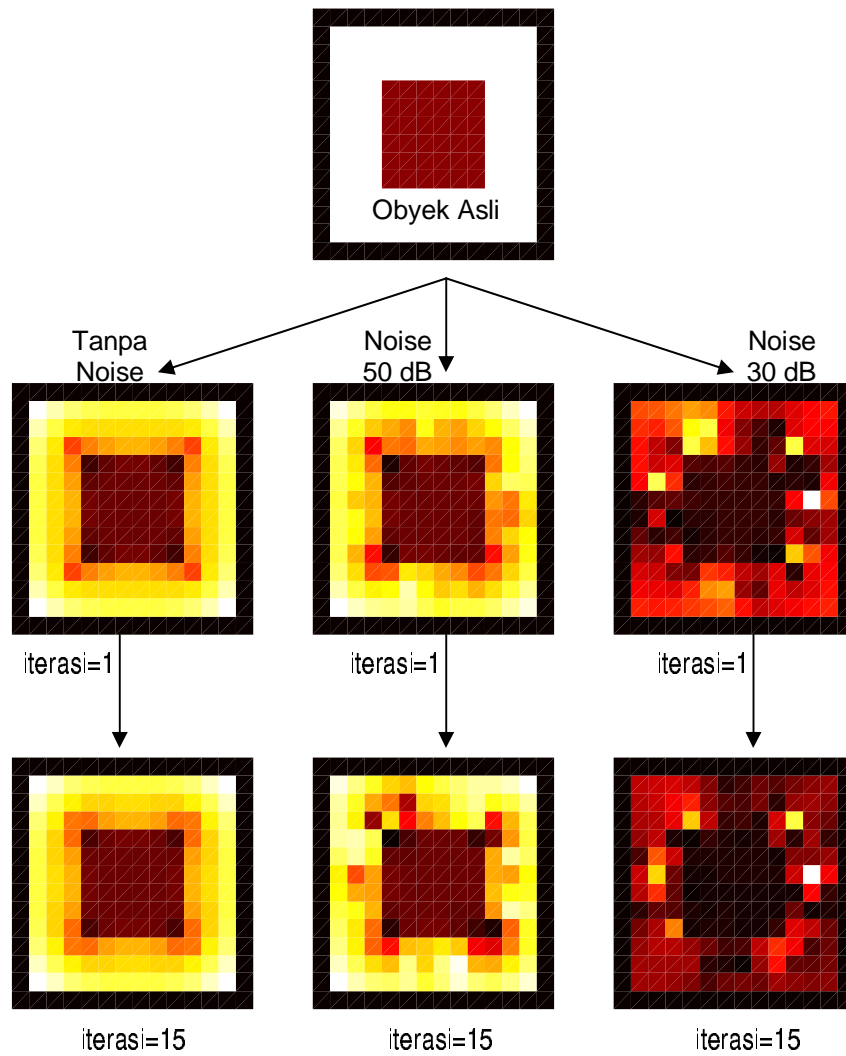
real maupun bagian imajiner benda (Gambar 7 dan 8).

Dalam kasus ini keberadaan noise sudah sangat mengganggu. Jangankan pada *level* SNR 30dB, pada level SNR 50dB, bagian *real* citra obyek maka tulang, daging dan lemak sudah tidak dapat dibedakan. Sementara itu pada bagian imajiner hanya nampak bayang bayang lingkaran batas antara daging dan lemak,

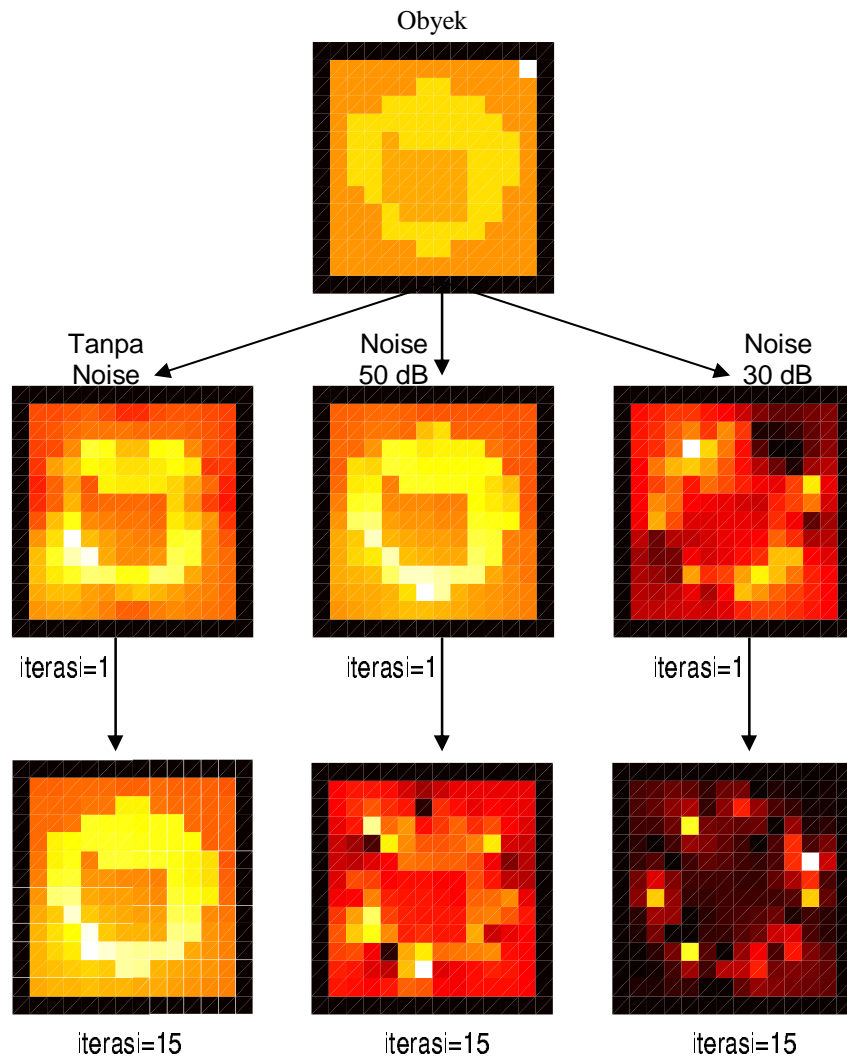
sementara tulang, batas lemak dan air sudah tidak kelihatan sama sekali (Gambar 7 dan 8). Secara kuantitatif citra hasil rekonstruksi juga memiliki *error* yang semakin besar dengan bertambahnya iterasi. Walaupun *error* pada data mengalami perbaikan tetapi *error* citra baik pada SNR 30dB maupun SNR 50 dB menuju divergensi



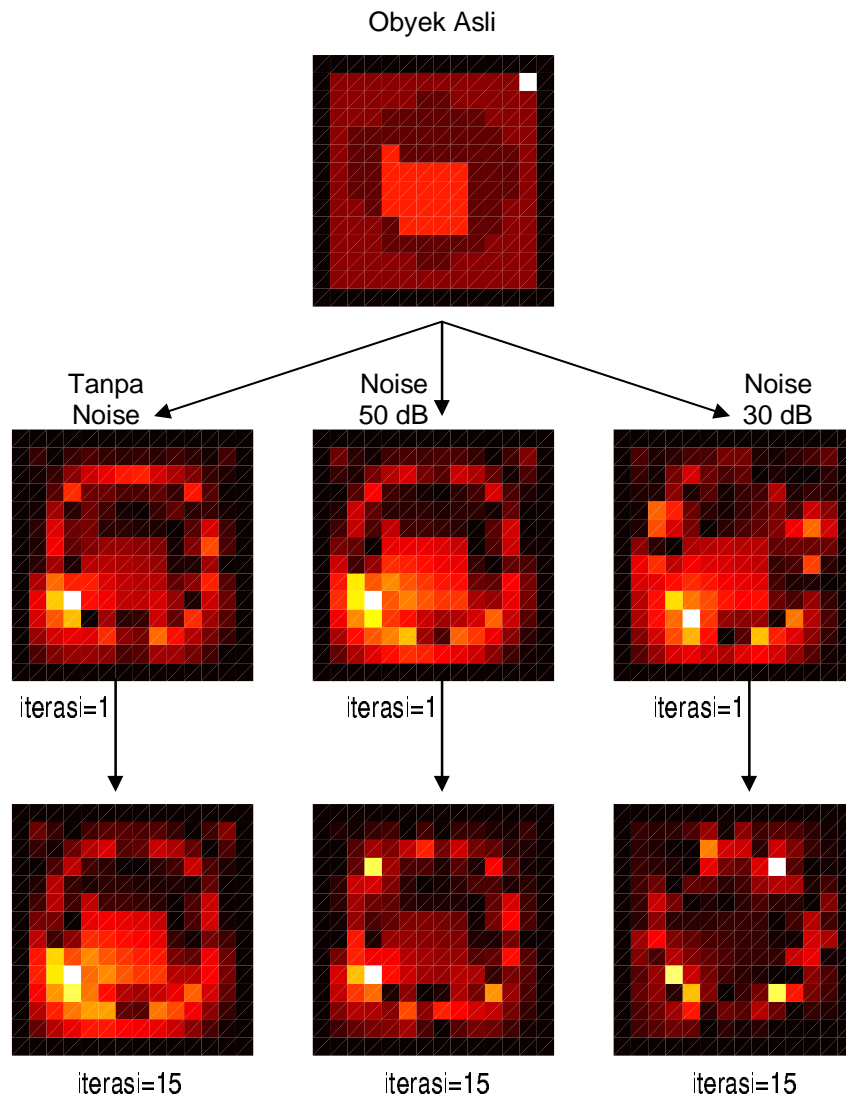
Gambar 5. Kontur distribusi bagian *real* dari dielektrik model obyek dua benda hasil rekonstruksi data proyeksi medan gelombang mikro terhambur dengan menggunakan metode Newton Kantorovich.



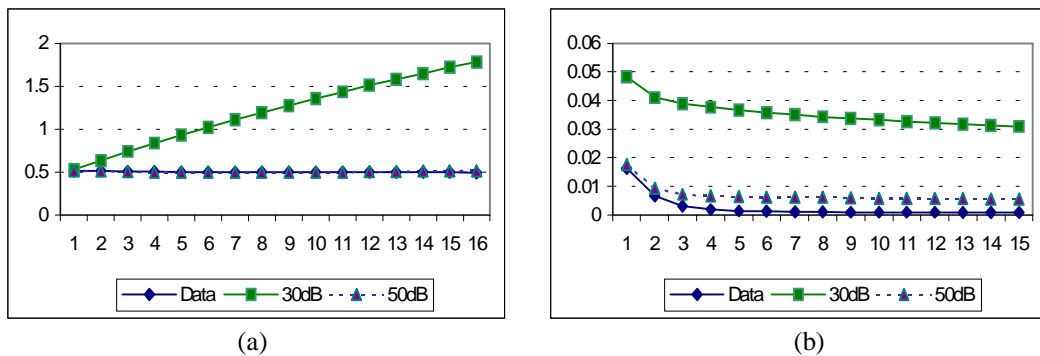
Gambar 6. Kontur distribusi bagian imajiner dari dielektrik model obyek dua benda hasil rekonstruksi data proyeksi medan gelombang mikro terhambur dengan menggunakan metode Newton Kantorovich.



Gambar 7. Kontur distribusi bagian *real* dari dielektrik model lengan hasil rekonstruksi data proyeksi medan gelombang mikro terhambur dengan menggunakan metode Newton Kantorovich.



Gambar 8. Kontur distribusi bagian imajiner dari dielektrik model lengan hasil rekonstruksi data proyeksi medan gelombang mikro terhambur dengan menggunakan metode Newton Kantorovich.



Gambar 9. (a) *Error relative* citra hasil rekonstruksi dengan metode Newton Kantorovich untuk model lengan dan (b) *Error* dari data. Dalam gambar data = data tanpa noise, 30dB = data ketika data diberi noise 30dB dan 50dB = error ketika data diberi noise 50dB.

### KESIMPULAN

NK telah diaplikasikan untuk merekonstruksi citra obyek yang mempunyai *lossy* dielektrik material gelombang mikro dengan model obyek 2D. Tiga jenis model obyek digunakan, yaitu obyek homogen, obyek yang tersusun dari dua benda dengan geometri teratur, dan obyek yang tersusun atas tiga benda dengan geometri tidak beraturan. Ketiga benda yang digunakan memiliki kontras relatif di atas 40% terhadap air sebagai eksterior. Citra terekonstruksi bagus dengan menggunakan NK untuk semua obyek. Daging tulang dan lemak dapat dibedakan dengan jelas.

Walaupun demikian semakin sederhana bentuk benda citra hasil rekonstruksi semakin sempurna. *Noise* sangat berpengaruh pada hasil rekonstruksi. Pada obyek yang homogen level noise dengan SNR 50dB masih dapat diterima. Untuk obyek dengan geometri sederhana, secara kualitatif SNR 50dB juga dapat diterima, akan tetapi untuk obyek dengan geometri tidak beraturan citra menjadi rusak dengan adanya pengaruh *noise* dalam data. Kualitas citra hasil rekonstruksi dapat diperbaiki dengan menambah jumlah antena pemancar dan penerima, selain menambah jumlah iterasi.

### DAFTAR PUSTAKA

- Bolomey J.C. and Pichot C. 1990. "Microwave Tomography: From Theory to Practical Imaging System", *Int. J. Imaging System*, vol. 2, pp. 144-1565
- Caorsi S., G.L. Gragnani, and M. Postorino, 1990. "Two-dimensional microwave imaging by a numerical inverse scattering solution," *IEEE Trans. Microwave Theory Technology*, vol 30, pp981-989.
- Franchois A., and Pichot C. 1997. "Microwave Imaging – Complex permittivity Reconstruction with Lavenberg-Marquard Method", *IEEE Trans. Ant. and Prop.*, , vol. 45, no. 2, pp. 202-215.
- Joachimowicz N., Pichot C., and Hugonin J.P., 1991. "Inverse Scattering an Iterative Numerical Method for Electromagnetic Imaging", *IEEE Trans. Ant. Prop.*, vol.39, pp. 1742-1751.
- Kak C. , and Slaney M. 1988. "Principles of Computerised Tomographic Imaging", IEEE Press, New York.
- Nugroho, AT. 1999. "Microwave Tomographic Imaging: Investigation on Iterative Image Reconstruction Algorithm, Dept. EE&E, UMIST, Manchester.
- Richmond J.H, 1965. "Scattering by an dielectric cylinder of arbitrary cross section shape," *IEEE Trans. Antennas Propagation*, vol AP-13 pp.334-341.
- Roger A, 1981. "A Newton Kantorovich algorithm applied to an electromagnetic inverse problem," *IEEE Trans. Antennas Propagation*, vol AP-29 pp.232-238.
- Tikhonov A.N. and V.Y. Arsenin, 1977. *Solutions of ill-posed Problems*, Washington, DC.: Winston